

25 ans de la vie d'une technologie avancée: La couverture des produits dérivés.

Conférences ASPROM, ILB,
Paris

Nicole El Karoui

Professeur Emérite, UPMC/LPMA, Paris
Avec le soutien de la Chaire Risques financiers, FdR/SG
elkaroui@gmail.com

Mercredi 12 Octobre 2016

La finance des produits dérivés/ 25 ans déjà

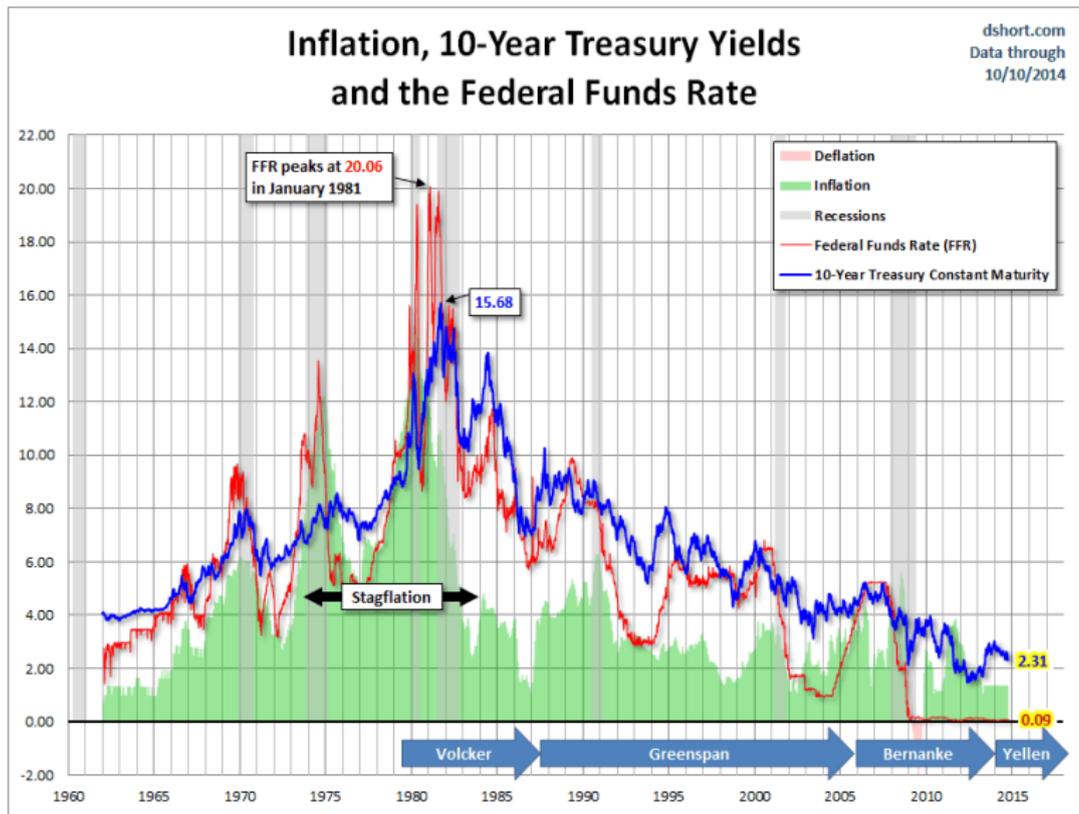
- ▶ ma présentation est nourrie de mon expérience de vingt-cinq ans avec la " banque d'investissement", autour des produits dérivés, Merci en particulier à la CdC, CL,CA-CIB, la Société générale...
- ▶ couplée avec une expérience en parallèle de formation en DEA/Master, Paris VI/Ecole Polytechnique
- ▶ parsemée de crises, et donc de réglementation

Quelques rappels historiques Une date fatidique :

- ▶ le 15 Août 1971, Nixon annonce la fin convertibilité du dollar en or.
- ▶ Innovation financière : Marchés à terme, de Contracts d'Options
 - Chicago Board of Options Exchange ouvre en 1973,
 - En France, le MATIF ouvre en 1986, et le MONEP EN 1987.
- ▶ Grande Instabilité

- ▶ Le temps est au coeur de la finance d'investissement
- ▶ Le futur est incertain, temps du risque et de son assurance
- ▶ Le temps des transactions, de la microstructure des marchés (HFT)
- ▶ Le temps de la calibration, et des méthodes numériques
- ▶ Le temps de la régulation

Les effets de la dérégulation 1970-2015 sur les taux



La période "Start-Up" 1988-1998

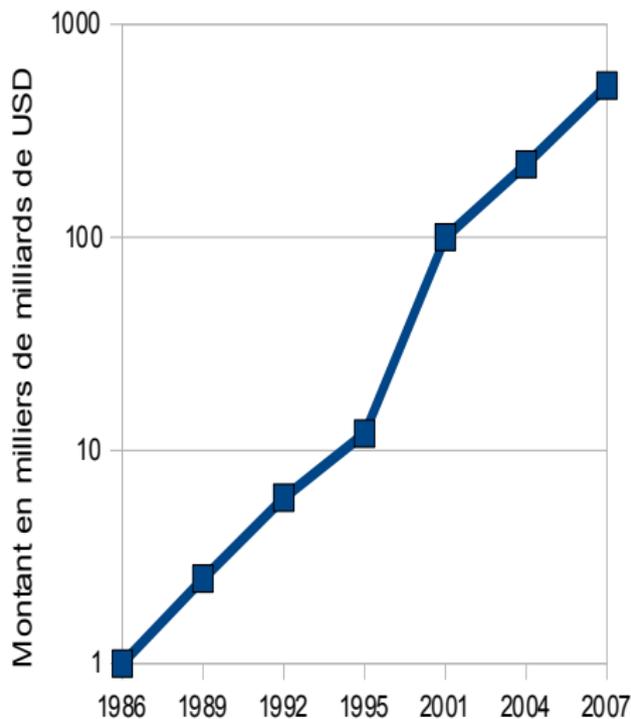
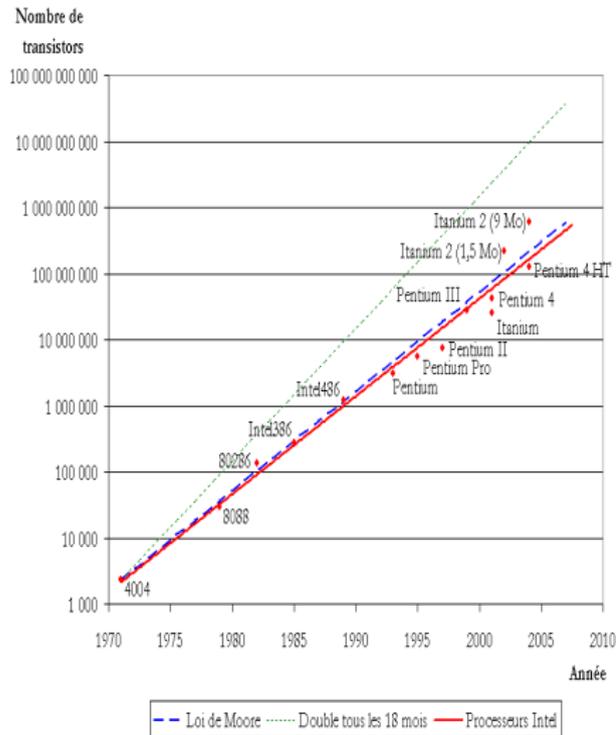
L' émergence des PC

- ▶ En 1988, dans une grande banque, on quémendait ses heures de calcul sur le gros IBM
- ▶ Les banques françaises font le pari de la technologie
- ▶ Antoine Paille à la SG monte l'activité "dérivé" essentiellement avec des ingénieurs
- ▶ L'idée est de profiter du décalage pour gagner en avantage technologique

Produits financiers de base

- ▶ **contract à terme** = promesse de vente à un **horizon fixé T** à un prix fixé aujourd'hui.
- ▶ **contrats de swaps**(1985) = échange des intérêts, taux fixe, taux variable aux dates de paiement de coupons d'un prêt (long terme essentiellement)

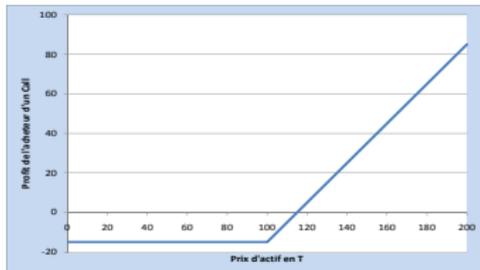
Croissance exponentielle ordinateurs, marchés financiers



Une Option donne

- ▶ le **droit**, mais pas l'obligation, d'acheter(vendre) un titre **négociable** dans le futur
- ▶ à un prix garanti appelé = exercise price = strike price= K , souvent proche du prix forward. L' exposition est $(X_T - K)^+$.
- ▶ Assurance contre le risque de marché.

Pertes limitées pour l'acheteur, illimitées pour le vendeur



CAC=noir, FTSE= rouge



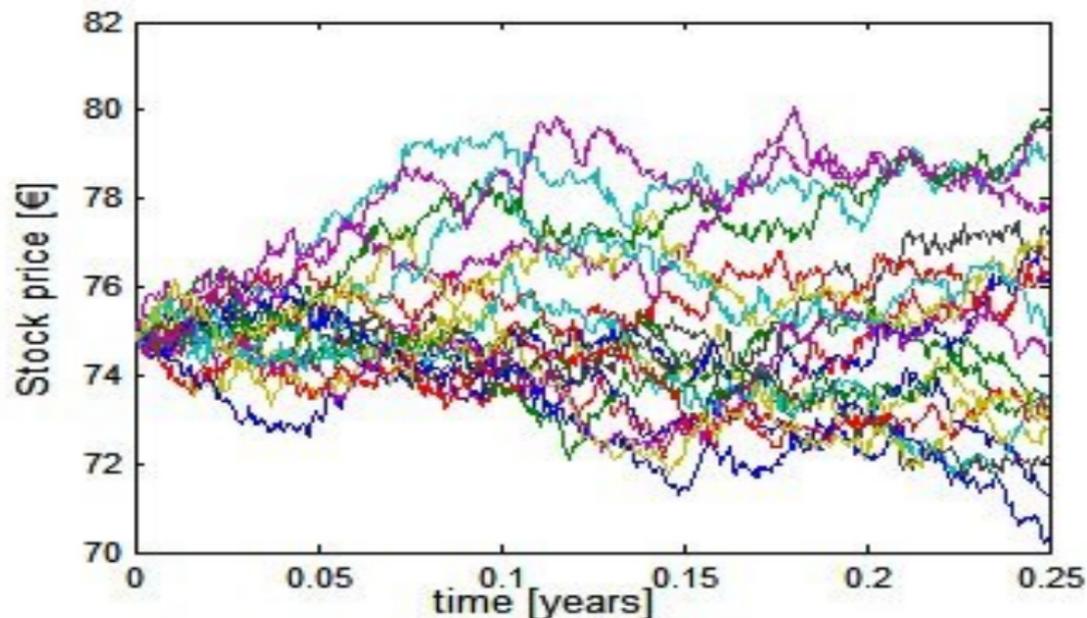
Les défis pour le vendeur : ne pas subir les effets du temps

- ▶ Les pertes peuvent être très grandes, car l'avenir n'est pas prévisible
- ▶ On ne peut pas faire jouer l'idée d'une perte moyenne, car il n'y a pas d'effet de masse comme en assurance
- ▶ Les titres assurés sont **échangeables** dans le marché, on peut suivre leur cours au jour le jour, et investir dans un portefeuille (si pas trop de frais)

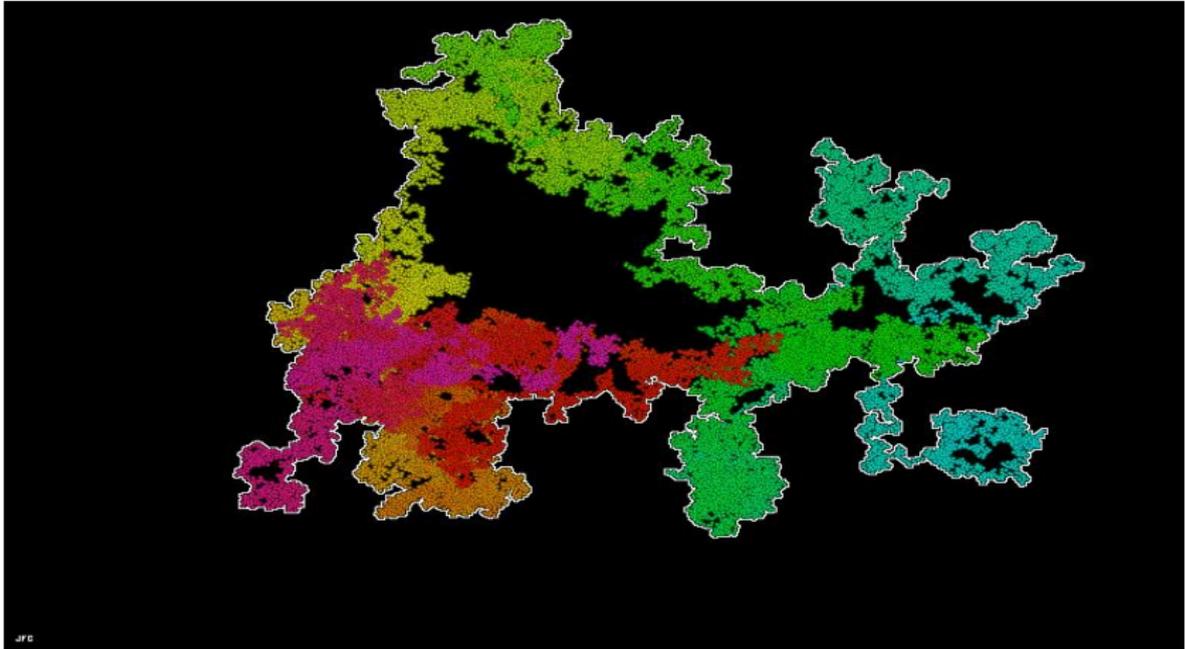
Un problème de cible stochastique

- ▶ L'idée de deux jeunes universitaires américains **Black et Scholes**(1973)
- ▶ investir dans un portefeuille dynamique,
 - dont la trajectoire est pilotée "continument" pour arriver le plus près possible de la cible garantie $(X_T - K)^+$
- ▶ **AOA= Règle du prix unique**=Le prix d'un dérivé répliquable est le coût de sa couverture
- ▶ "Le suivi de marché devient la réalité objective" (Nicolas Bouleau)
- ▶ Voir Nizar

Un monde dynamique plein d'alea...et de ressources théoriques Exemple de Trajectoires simulées de cours



Thématique de recherche du [Laboratoire de Probabilité/Paris VI+VII+CMAP](#)



Merci à J.F Colonna (CMAP)

Portefeuille Autofinçant sur un titre négociable S

- ▶ The variation de **valeur** V_t d'une stratégie, avec δ_t actions au temps t est
 - le gain est du à l'investissement dans le titre risqué $\delta_t dS_t$
 - l'intérêt (taux court r_t) du à l'investissement de la richesse restante $V_t - \delta_t S_t$ dans du cash
- ▶ **Equation rétrograde** de la couverture autofinancée

$$\begin{cases} dV_t = r_t(V_t - \delta_t S_t)dt + \delta_t dS_t = r_t V_t dt + \delta_t (dS_t - r_t S_t dt), \\ V_T = (S_T - K)^+ \quad \text{contrainte terminale} \end{cases}$$

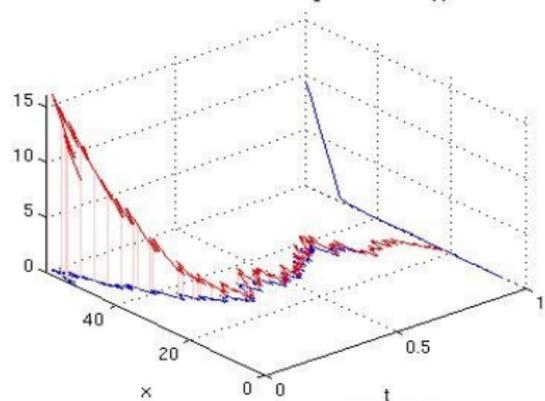
BS Solution pour le GBM $dS_t = S_t[r dt + \sigma(dW_t + \theta dt)]$, $\mu = r + \theta\sigma$

- ▶ Formule de BS pour les Calls : **pas de dépendance par rapport à la tendance** μ

$$C^{BS}(t, x, r, K, T, \sigma) = x N(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_0)$$
- ▶ Le **delta** es la dérivée du prix par rapport au spot

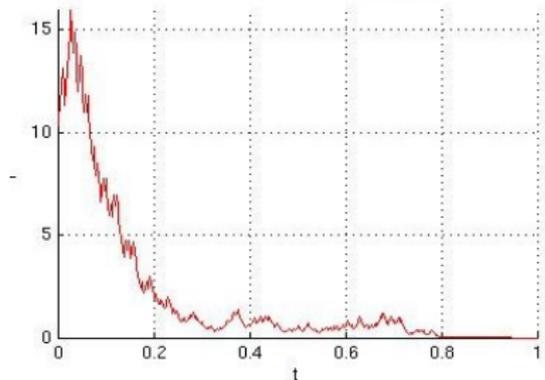
Call(50,50) : Portefeuille de couverture d'un Call (blue= asset path, red= portfolio value, green= portfolio's risky part)

simulation of stochastic phenomena: $Y(t)$

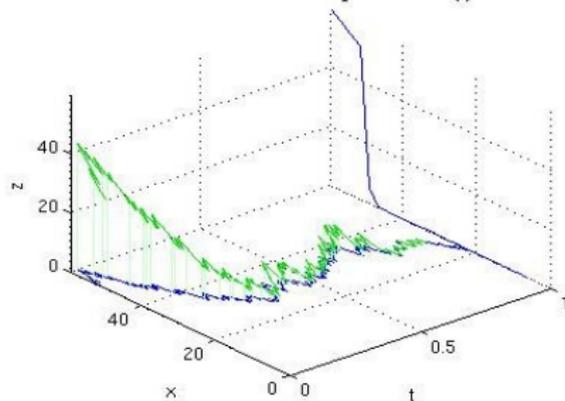


center

right



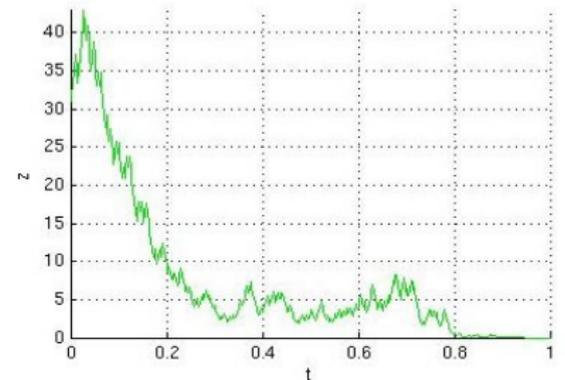
simulation of stochastic phenomena: $z(t)$



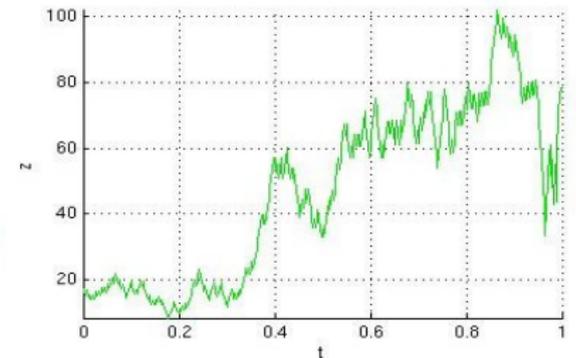
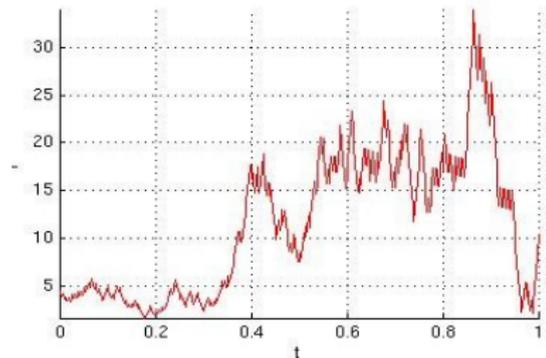
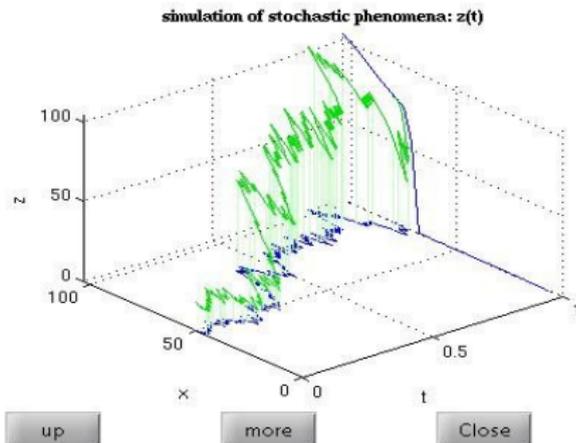
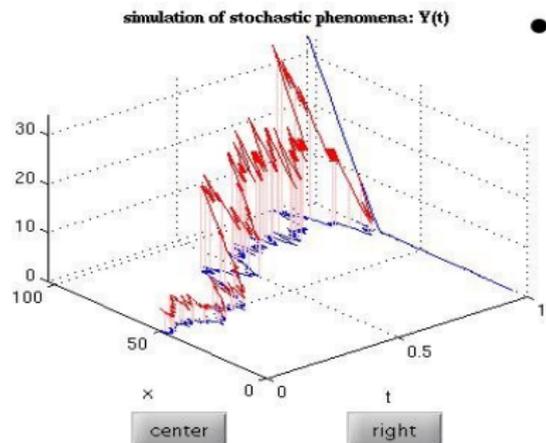
up

more

Close



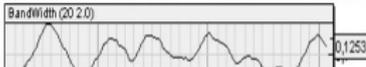
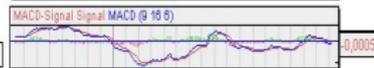
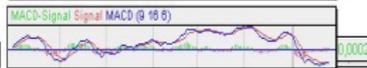
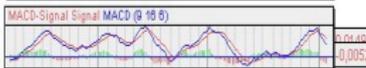
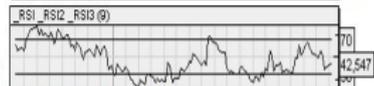
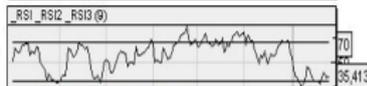
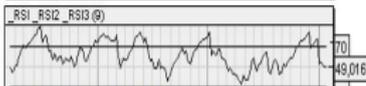
Call(50,70) : Portefeuille de couverture d'un Call



La tendance, cela existe !!

www.ProRealTime.com

EURUSD - EURUSD Spot 1,2988 (+0,11%) 4 Heures 7:27



Avr Au 2003 Mai Sep 2004 Mai Sep 2005

Aou Sep Oct Nov Dec 2005

23 28 2005 6 11 14 19 24

Calcul différentiel stochastique sur les trajectoires

- ▶ Les concepts mathématiques ont été développés dans les années 40-50 avec des motivations purement mathématiques
 - integration stochastique
 - calcul différentiel stochastique, stochastic differential calculus
 - formule d'It ?
- ▶ dans les années 1950.. le Professeur Itô a montré l'importance de travailler sur les trajectoires. Un leit-motif au LPMA dans les années 1970
- ▶ 50 ans après, cet aspect trouve son expression en finance dans la théorie du portefeuille de couverture

Le bruit perturbe l'analyse locale

- ▶ Les trajectoires ne sont pas différentiables mais ont une variation quadratique de partitions dyadiques
- ▶ Même développements avec des modèles plus complexes
- ▶ Nouvelles extensions récentes (Dupire, Cont) pour ce type d'application

Le calcul trajectorien a été ma principale motivation pour la finance

Marchés liquides : Exchange Markets : CBOT, NYSE, LIFE, MATIF,
Currencies....

Première période : 1973-1987

- ▶ les prix d'options côtés sont accessibles dans le marché
- ▶ Règle couverture : Un prix, Une volatilité implicite, une couverture
- ▶ Utilisée plusieurs fois par jour pour se couvrir quand le marché décale

Seconde période : 1993—

- ▶ Dérivés et options plus complexes sensibles à la volatilité
- ▶ Les options liquides sont utilisées pour la couverture
- ▶ but La surface de volatilité n'est pas plate

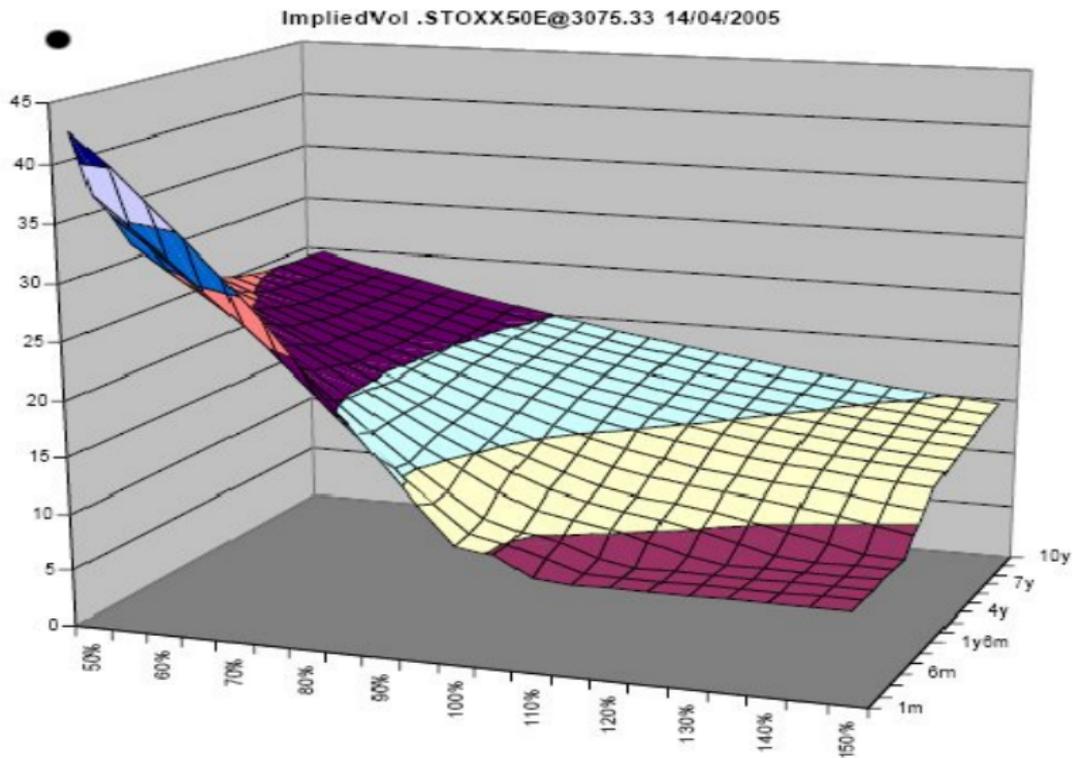
Formulation Quantitative

- ▶ Volatilité implicite $\Sigma^{imp}(T, K)$ pour les prix d'options cotées $C^{obs}(T, K)$ est définie par $C^{obs}(T, K) = C^{BS}(t_0, x_0, T, K, \Sigma^{imp}(T, K))$
- ▶ Stratégie de couverture implicite

$$\Delta_{t_0, x_0}^{imp}(T, K) = \partial_x C^{BS}(t_0, x_0, T, K, \Sigma^{imp}(T, K))$$

Implied Volatility and Smile

Implied Volatility Surface/ SP500



Identification des paramètres

- ▶ Résolution par EDP ou mise en oeuvre des méthodes de simulation pour le calcul des prix dans un modèle donné, en moins de 20s
- ▶ Programme de minimisation des écarts entre le futur modèle et les prix de marchés (40 rounds)
- ▶ Calcul des sensibilités aux facteurs de risque par perturbation des paramètres retenus, des centaines

L'explosion des méthodes de Monte-Carlo

- ▶ Résolution de problèmes de grande dimension par simulation
- ▶ Accélération de toutes les méthodes numériques existantes
- ▶ Sans doute la contribution la plus importante de la finance aux autres secteurs des math appli

Les méthodes numériques, efficaces et rapides pour obtenir des prix et des couvertures en quelques secondes sont très importantes.

Méthodes numériques probabilistes

- ▶ Les méthodes probabilistes se sont imposées dans les problèmes de grande dimension, grâce aux nouvelles capacités de calcul offertes par les ordinateurs.
- ▶ Les **méthodes de Monte Carlo**, basées sur la simulation d'un grand nombre de scénarios sont efficaces en général, si on fait des petites transformations astucieuses pour réduire la variance de la variable dont on calcule le prix.
- ▶ Dans la salle de marché, il faut trouver des méthodes plus systématiques, car il est nécessaire de pouvoir calculer facilement la valorisation de l'activité agrégée.

Le temps de la consolidation 1997-2003

Les multiples "ex-start-ups" sont devenues une industrie

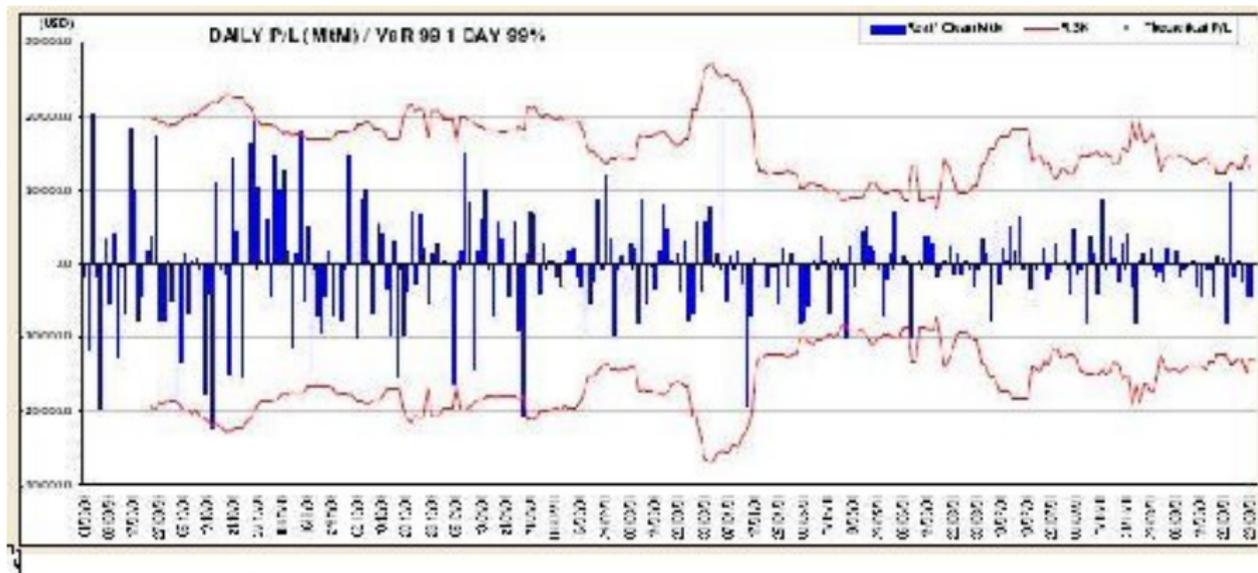
Value at Risk sur le portefeuille agé (Régulation) Comme il est impossible de couvrir tous les risques, il faut donc mesurer l'exposition résiduelle.

- ▶ La mesure traditionnelle est la **variance** de l'erreur de réplication mais ne prend pas en compte les événements extrêmes
- ▶ Le critère de VaR, qui correspond au niveau maximal de pertes acceptable avec une probabilité donnée (95%) est le critère de référence

$$VaR_{\varepsilon}(X) = \inf \{k : \mathbb{P}(X + k < 0) \leq \varepsilon\}.$$

Pertinences des seuils

- ▶ Les autorités de régulation exigent un chiffre de VaR quotidien sur l'activité agrégé de la salle de marché. Avec une incidence sur les fonds propres.
- ▶ Les processus de Levy, aux "distribution de queues" plus épaisses sont utilisés en optimisation de portefeuille et stress-testing.
- ▶ Depuis la crise, des dizaine d'indicateurs sont exigés, sur tous les types de risque



2002-.....Passage aux normes IFRS

- ▶ Les dérivés classiques rentrent dans le bilan
- ▶ Nécessité d'avoir des méthodes "classiques" de valorisation.
- ▶ Le prix "standards est plus important que le hedge

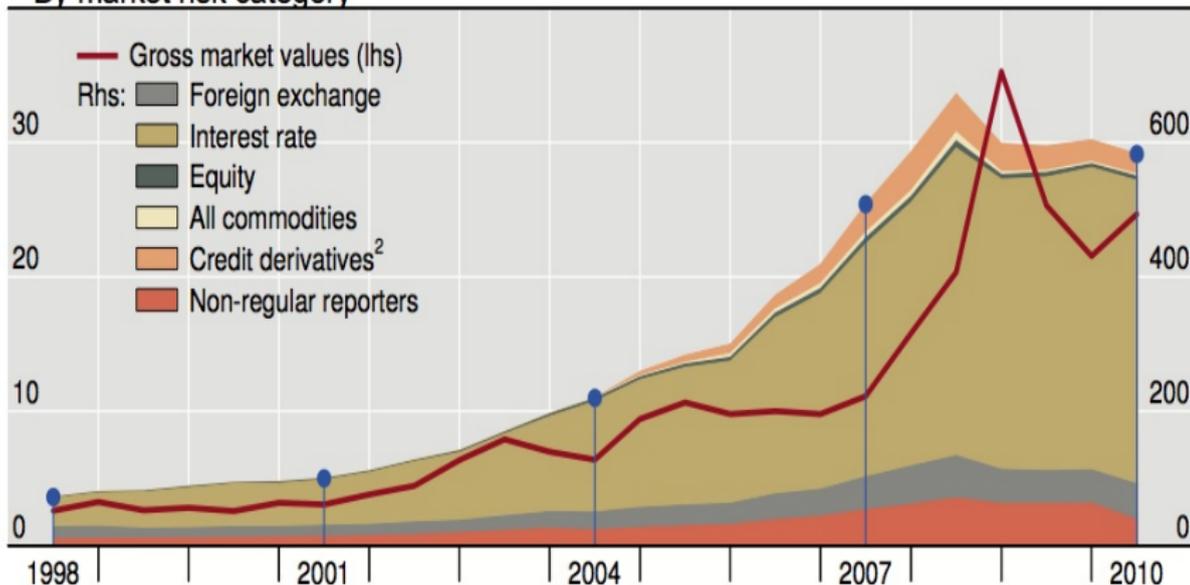
L'innovation financière s'emballa

- ▶ Après 2003, Explosion du marché des dérivés, notamment de ceux dont le sous-jacent n'est pas négociable : (Volatilité, Crédit, Subprimes)
- ▶ Mal couverts par la théorie
- ▶ Le monde des dérivés s'industrialise : langage de description de produits, automatisation, moins de réflexion sur les produits eux-mêmes
- ▶ Le régulateur impose un "desk" de **validation de modèles**

Global OTC derivatives market

Triennial and semiannual surveys, notional amounts outstanding¹, in trillions of US dollars

By market risk category



¹ Dots mark triennial survey dates and data. ² Data available from end-December 2004.

l'Innovation financière s'emballa

- ▶ Après 2003, Explosion du marché des dérivés, notamment de ceux dont le sous-jacent n'est pas négociable : (Volatilité, Crédit, Subprimes)
- ▶ Explosion du "Shadow Banking" avec les Hedge-Funds et le Trading Haute-Frequence
- ▶ La banque, l'investissement et la finance de marché deviennent une industrie très quantitative, et qui recrute

L'Age d'or de la Finance Quantitative

- ▶ Des milliers de scientifiques, ingénieurs and mathématiciens entre dans le domaine.
- ▶ Plus des 70 meilleures universités dans le monde ont proposé des formation in "Financial Mathematics" and "Engineering".
- ▶ Les articles de recherche en finance mathématique augmentent exponentiellement.



I SURVIVED...DEA EL KAROU, Année 2010/ Master PVI/X démarré in 1990

La dimension technique

- ▶ La pratique de la couverture quotidienne a tendance à faire perdre la vue d'ensemble du marché
- ▶ La calibration aux prix de marché est un facteur de myopie.
- ▶ Le fait d'appliquer la même méthodologie dans tous les marchés tend à minimiser l'importance de la spécificité des marchés
- ▶ Le postulat que les options n'influent pas sur la valeur du sous-jacent est clairement à remettre en cause partiellement
- ▶ dans les nouveaux marchés, il faut être très vigilant sur les risques.
- ▶ la question de la taille des pauses est difficile à contrôler
- ▶ l'augmentation de l'activité a conduit à la recherche de **solutions automatiques** qui minimise la recherche de risques par produits

► 2007-2008 Credit Crunch/ Faillite de Lehman

- Les **excès** de l'industrie financières ont impacté négativement l'ensemble de l'économie mondiale
 - **Credit crunch** était basé sur le risque "subprime", un abaissement des critères de souscription pour l'octroi des prêts
 - **Diffusion** de la crise immobilière dans toutes les places financières à travers la titrisation de MBS
 - **Mortgage-backed securities** (MBS) qui dépendent de la performance d'une centaine de prêts
 - Drastique réduction du business du crédit dans les marchés
- Induit une crise de **confiance** et de liquidité dans le marché interbancaire
- La crise des **dettes** des pays européens

Drawback of Single Curve Framework. Case of Basis Swaps

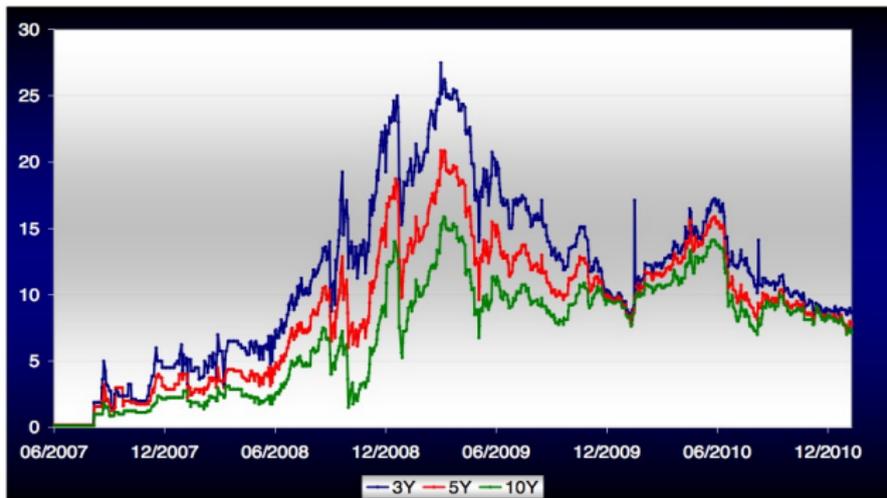


Figure: USD Basis Swaps 3M LIBOR vs 6M LIBOR for different maturities

Comment définir ce qui est modélisable ?

- ▶ Préciser mieux la notion de risque à laquelle on se réfère, en faisant la distinction entre risque et incertain.

Différents niveaux de risque (Knight Classification, avec des niveaux additionnels)

- l'**alea probabilisable**, gouverné par une distribution connue,
 - l'**incertain complètement réductible**, pour lequel on peut estimer une probabilité de manière robuste
 - L'**incertain partiellement réductible**, qu'on aborde avec des notions de robustesse par exemple : le pire cas dans une ensemble de probabilités acceptables.
 - les notions espérance- variance disparaissent, car les règles deviennent non linéaires.
- ▶ A ce niveau, on supporte **un risque de modèle**

- ▶ **l'incertain irréductible**, que nous ne pourrions aborder avec un point de vue formalisé. (Black Swann ?)
- ▶ Comme toute classification, les frontières sont mouvantes, et on passe facilement d'un niveau à un autre
- ▶ Cela ne met pas suffisamment en évidence, l'importance de l'objectif : quel problème cherche ton à résoudre ?

Au moins trois types de comportements ne peuvent être étudiés juste avec des maths

- ▶ Intentionnalité des actions/reactions humaines
- ▶ Les notions subjectives de risque et la psychologie
- ▶ Les comportements stratégiques
- ▶ Asymétrie d'information

La théorie des jeux, la finance psychologique peuvent contribuer à une meilleure compréhension des marchés mais difficile de s'en servir dans le monde des dérivés.

Les points essentiels pour l' équilibre des eco-systèmes (Dominique Bron)

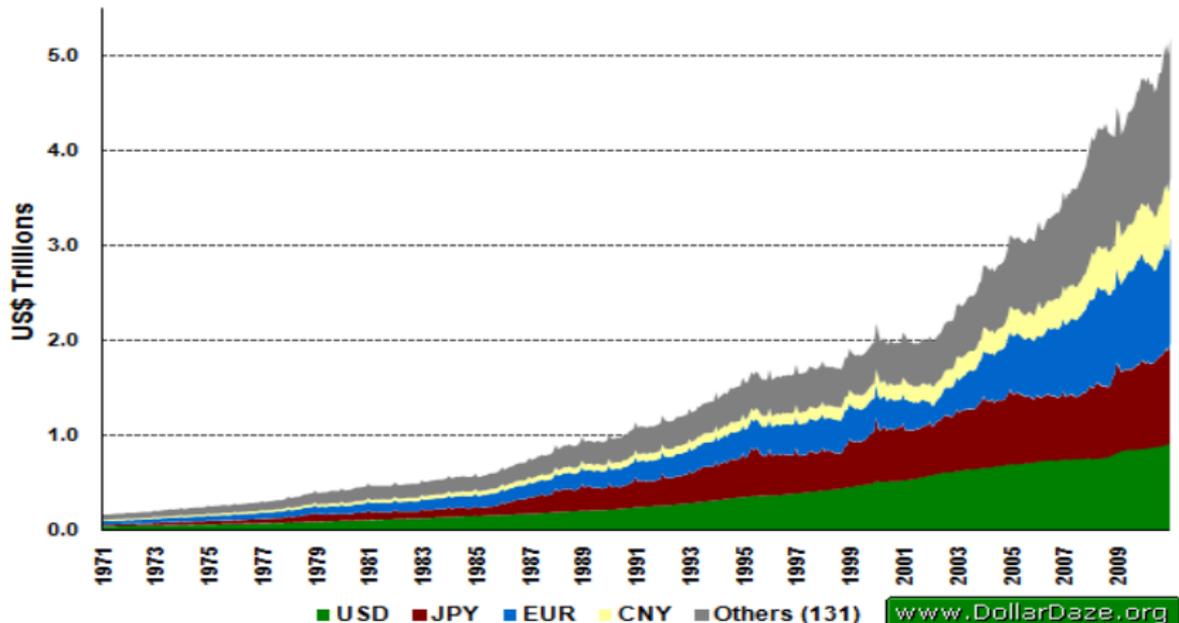
- ▶ Retracting-Retour à la moyenne
- ▶ Pas de substituabilité
- ▶ Diversité
- ▶ Vulnérabilité

In finance

- ▶ A cause du quantitative Easing , la monnaie accroit exponentiellement : pas de retroaction
- ▶ La monétarisation donne l'illusion de la substituabilité
- ▶ Concentration après chaque crise

Concentration de la monnaie ?

Estimated Global Currency in Circulation
(Jan 1971 - Dec 2010)



Des modèles, oui un peu, simples et robustes

- ▶ On peut discuter à l'infini des modèles et de leur utilisation dans un monde aussi mouvant que les marchés financiers.
- ▶ Mais la robustesse du système n'est pas à rechercher dans un supplément de modélisation, bien au contraire.

L'info stratégique est ailleurs

- ▶ Il y a de nombreux signaux, financiers ou autres qu'on peut lire dans les marchés lorsqu'ils commencent à s'emballer
- ▶ La modification de certaines méthodes de fonctionnement, la taille des positions qui sont prises etc... sont des éléments beaucoup plus importants
- ▶ les mathématiques sont aussi utilisées comme les Agences de Rating pour donner un "label de risque contrôlé" à certaines activités non labélisables.

- ▶ Difficile de lutter rationnellement quand le seul moteur du système est de faire le maximum de rendement

Mon opinion personnelle

- ▶ L'accumulation actuelle des indicateurs de risque est très coûteuse
- ▶ et ne reflète que partiellement les risques qu'on cherche à mesurer.
- ▶ Reprenons la cartographie des risques, **sans chercher à être exhaustif**,
- ▶ Simplifions les facteurs intervenant dans les indicateurs de risques

Soyons astucieux, pour explorer ce qui est laissé de côté

- ▶ Apprenons à perturber un peu le système et à regarder où cela nous emmène
- ▶ C'est comme cela que fonctionne l'algo de recherche de Google, et bien d'autres.
- ▶ Faisons confiance aux jeunes pour repenser ces questions de manière non conventionnelle



Rendons le monde moins instable